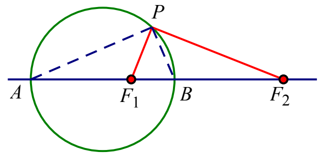
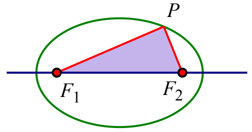
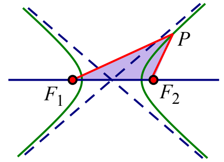
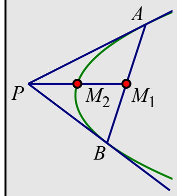
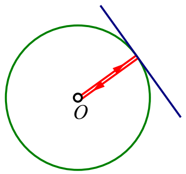
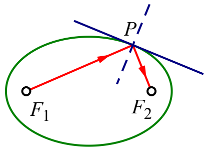
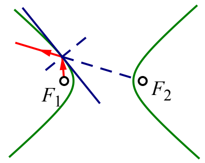
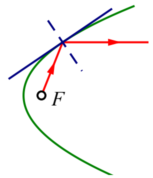
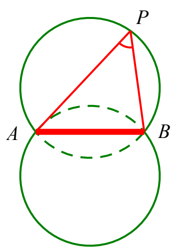
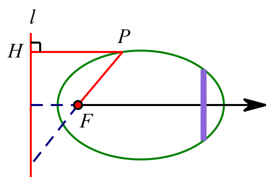
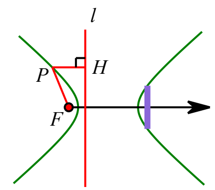
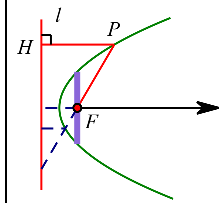
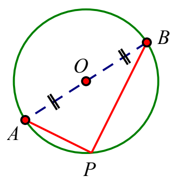
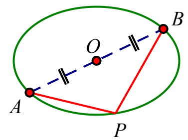
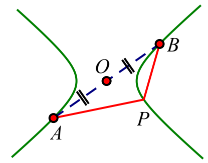
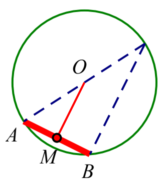
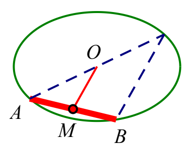
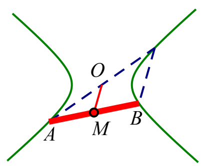
圆锥曲线的定义与性质

	曲线名称	圆（Circle）	椭圆 （Ellipse）	双曲线（Hyperbola）	抛物线（Parabola）
	标准方程	$x^2+y^2=r^2$ （$r>0$）	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ （$a>b>0$）	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ （a，$b>0$）	$y^2=2px$ （$p>0$）
体系一	定义	 $\frac{\lvert PF_1\rvert}{\lvert PF_2\rvert}=\lambda$ （$\lambda>0$ 且 $\lambda\neq1$）	 $\lvert PF_1\rvert+\lvert PF_2\rvert=2a$ （$2a>\lvert F_1F_2\rvert$） **焦点三角形面积** $S_{\triangle PF_1F_2}=b^2\tan\frac{\theta}{2}$	 $\lvert\lvert PF_1\rvert-\lvert PF_2\rvert\rvert=2a$ （$0<2a<\lvert F_1F_2\rvert$） **焦点三角形面积** $S_{\triangle PF_1F_2}=b^2\cot\frac{\theta}{2}$	 **抛物线的切点弦性质** 抛物线的切点弦中点与极点连线的中点在抛物线上； 特别地，若切点弦过抛物线焦点 F，则 $\angle APB$ 为直角且 $PF\perp AB$
	光学性质	 **切线方程** $x_0x+y_0y=r^2$ 从圆心射出的光线的反射光线仍经过圆心	 **切线方程** $\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$ 从一个焦点射出的光线的反射光线过另一个焦点	 **切线方程** $\frac{x_0x}{a^2}-\frac{y_0y}{b^2}=1$ 从一个焦点射出的光线的反射光线的反向延长线经过另一个焦点	 **切线方程** $y_0y=p(x+x_0)$ 从焦点射出的光线的反射光线与对称轴平行
体系二		 **等张角线** 对线段 AB 张角相同的点的轨迹	**极坐标方程** $\rho=\frac{ep}{1-e\cos\theta}$  $\frac{\lvert PF\rvert}{\lvert PH\rvert}=e$ **通径长** $d=\frac{2b^2}{a}=2ep$	 $\frac{\lvert PF\rvert}{\lvert PH\rvert}=e$ **通径长** $d=\frac{2b^2}{a}=2ep$	 $\lvert PF\rvert=\lvert PH\rvert$ **通径长** $d=2p$
体系三	定义	 $k_{PA}\cdot k_{PB}=-1$	 $k_{PA}\cdot k_{PB}=-\frac{b^2}{a^2}$	 $k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{b^2}{a^2}$	**直线与圆锥曲线** **弦长公式** $l=\sqrt{1+k^2}\lvert x_1-x_2\rvert=\sqrt{1+m^2}\lvert y_1-y_2\rvert=\lvert\vec{n}\rvert\cdot\lvert t_1-t_2\rvert$ **面积公式** $S=\frac{1}{2}$底×高$=\frac{1}{2}$水平宽×铅直高$=\frac{1}{2}l_1l_2\sin\theta$ **位置关系** 椭圆的等效判别式 $\Delta=a^2A^2+b^2B^2-C^2$ 双曲线的等效判别式 $\Delta=C^2-\left(a^2A^2-b^2B^2\right)$
	垂径定理	 $k_{OM}\cdot k_{AB}=-1$	 $k_{OM}\cdot k_{AB}=-\frac{b^2}{a^2}$	 $k_{OM}\cdot k_{AB}=\frac{b^2}{a^2}$	

圆锥曲线的解题常见思路

关键词	一般情况	过定点的直线	弦长	面积	点与曲线的位置关系
提示	★ 引入参数控制运动，以交点坐标为中间变量表示其他所有几何量 ★ 利用直线方程消去纵（横）坐标 →将直线方程代入曲线方程（联立） →通过韦达定理消去另一坐标 有时也直接求解坐标	定点在 y 轴上时用斜截式表示 定点在 x 轴上时用倒斜横截式表示 定点不在轴上时用参数方程表示	★ 弦长公式 ★ 两点间距离公式 ★ 若方程 $Px^2+Qx+R=0$ 的两根时，两根之差为 $\lvert x_1-x_2\rvert=\frac{\sqrt{\Delta}}{\lvert P\rvert}$ ★ 注意参数的取值范围，需要保证直线与圆锥曲线相交	★ 利用共线或平行条件进行等积变换 ★ 三角形面积公式 ★ 四边形的面积公式 $\frac{1}{2}l_1l_2\sin\theta$ ★ 四边形的对角线往往是相关的 ★ 面积比往往转化为共线线段比	★ 将点代入圆锥曲线方程中再将方程改写为不等式
关键词	直线与圆锥曲线的位置关系	焦点	中点	定比分点	共线、平行、垂直
提示	★ 联立直线与曲线方程后通过判别式判断 ★ 直接利用等效判别式判断	★ 两个焦点 → 体系一 ★ 一个焦点 → 补焦点 → 体系一 → 补准线 → 体系二 ★ 注意利用极坐标方程	★ 注意取中点构造中位线 ★ 中点坐标公式 $x=\frac{x_1+x_2}{2}$，$y=\frac{y_1+y_2}{2}$	★ 弦所在直线过焦点时，可补对应准线后构造相似三角形 ★ 利用定比分点坐标公式或利用直线的参数方程转化． ★ "$x_2=\alpha x_1$（$\alpha\neq -1$）" $\Leftrightarrow x_1x_2=\alpha\left(\frac{x_1+x_2}{\alpha+1}\right)^2$．	★ 利用斜率或向量表示 ★ 共线也可以利用点在另外两点所确定的直线上表示
关键词	以 AB 为直径的圆过 C	垂直平分线	关于直线…对称	关于原点对称的两点	与原点连线相互垂直
提示	★ 以 AB 为直径的圆过 C $\Leftrightarrow \angle ACB=90^\circ$ $\Leftrightarrow MC=MA$（M 为 AB 中点）	★ P 在 AB 的垂直平分线上 $\Leftrightarrow PA=PB$ $\Leftrightarrow PM\perp AB$（$M$ 为 AB 中点）	★ A、B 关于 l 对称 $\Leftrightarrow$ l 是 AB 的垂直平分线 ★ 注意对称变换下的几何不变量	★ 有关斜率的问题 → 体系三 ★ 注意取中点构造中位线 ★ 斜率的比值计算可以平方后用圆锥曲线的方程进行整理	★ 利用相关直线设直线斜率 ★ 化齐次联立 ★ 注意“姐妹圆” $\frac{1}{r^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ $R^2=a^2+b^2$
关键词	与定点的两连线垂直	向量的运算	成锐角（直角、钝角）	过…与…交点的曲线	其他
提示	★ 利用相关直线设直线斜率 ★ 平移坐标系转化为与原点的连线相互垂直的问题	★ 向量数乘 → 共线 向量和差 → 平行四边形法则 向量相等 → 形成平行四边形 向量数量积 → 投影长度 ★ 在求形如 $(x_1-t)(x_2-t)$ 的值时，可以将方程整理为形如 $A(x-t)^2+B(x-t)+C=0$ 的形式	★ 转化为向量夹角 借助向量数量积的符号判断	★ 利用交点曲线系得到曲线方程	★ 当运动由圆锥曲线上的单点驱动时注意利用圆锥曲线的参数方程 ★ 极限思想，利用切线方程得到定点或定值的具体数据 ★ 利用仿射变换 改造椭圆为圆 改造斜交直线为垂直直线